Prof. dr hab. Andrzej Wereszczyński
Zakład Teorii Pola
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej UJ
e-mail: andrzej.wereszczynski@uj.edu.pl

Kraków, 12.09.2022

JAGIELLONIAN UNIVERSITY IN KRAKOW

Faculty of Physics, Astronomy and Applied Computer Science

Recenzja
pracy doktorskiej mgra Aleksandra Jarmolińskiego
“Badania dynamiki fluksonu w zdeformowanym złączu Josephsona“

Praca doktorska pana mgra Aleksandra Jarmolińskiego liczy 107 stron i składa się z jedenastu rozdziałów. Pierwsze trzy, wprowadzające rozdziały poświęcone są na omówienie praktycznych i teoretycznych podstaw złącza Josephsona, wraz z krótkim wprowadzeniem modelu sine-Gordon. W rozdziałach 4, 6 i 8 przedstawione są rezultaty otrzymane przez promotora we wcześniejszej pracy, które stanowią punkt wyjścia dla badań doktoranta a dotyczą związku zmodyfikowanego równania sine-Gordona z zakrzywionym złączem Josephsona. Rozdziały 5, 7, 9 i 10 przedstawiają oryginalne wyniki osiągnięte przez doktoranta wspólnie z promotorem i opublikowane w czterech artykułach : *Physica B* (2017), *Phys. Rev. E* (2017), *Results Phys. (2018) oraz Phys*. Rev. E (2020). Ostatni rozdział zawiera krótkie podsumowanie wyników.

Temat rozprawy doktorskiej dotyka bardzo ważnego zagadnienia z dziedziny fizyki matematycznej tj. statycznych i dynamicznych własności solitonów topologicznych (*kinków*) w nieliniowych modelach teorio polowych, a konkretnie w zmodyfikowanym modelu sine-Gordona w 1+1 wymiarach. Solitony takie, w tym konkretnym przypadku zwane *fluksonami,* opisują realne, zlokalizowane wzbudzenia (kwaziczą stki) w złączach nadprzewodzących tzw. złączach Josephsona. Z tego punktu widzenia praca łączy w sobie aspekty teoretyczne (analiza matematycznych własności solionowych rozwiązań równań ruchu) z aspektami doświadczalnymi czy nawet aplikacyjnymi.

W szczególności, celem pracy jest przeanalizowanie wpływu zakrzywienia (zdeformowania) złącza Josephsona na statyczne i dynamiczne własności fluksonu. Zakrzywienie złącza jest naturalną i prostą deformacją, która jak najbardziej może być zrealizowana nie tylko w laboratorium, lecz także użyta w przyszłych praktycznych zastosowaniach.

ul. prof. Stanisława Łojasiewicza 11
PL 30-348 Kraków
tel. +48(12) 664-48-90
fax +48(12) 664-49-05
e-mail:
wydzial.fais@uj.edu.pl

Rozprawa doktorska rozpoczyna się Wstępem, w którym autor zwięźle prezentuje cel pracy.

W rozdziale drugim pan Jarmoliński szczegółowo dyskutuje podstawowe aspekty złącza Josephsona: wyprowadzenie równania Josephsona, efekty Josephsona (stałoprądowy i zmiennoprądowy) oraz prezentuje jego zastosowania, m.in. SQUID czy elektronika cyfrowa.

Rozdział trzeci poświęcony jest modelowi sine-Gordon. Jest to teoria klasycznego rzeczywistego pola skalarnego w 1+1 wymiarze, która posiada solitony topologiczne (np. statyczny kink i antykink) i jednocześnie charakteryzuje się bardzo nietrywialną własnością tj. jest *całkowalna*. Całkowalność oznacza, że istnieje nieskończenie wiele zachowywanych prądów (całek ruchu), co w oczywisty sposób ma wpływ na dynamikę solitonów. Skutkuje to np. brakiem kreacji kinków z promieniowania, bardzo prostym zderzeniem kinku z antykinkiem, czy istnieniem periodycznych rozwiązań tzw. *breathers*, będących stanami związanymi kink-antykink. Pan A. Jarmoliński omawia tutaj najistotniejsze rozwiązania, jak również prezentuje metodę ich otrzymania poprzez użycie transformacji *Backlunda* lub sformułowania *zero-curvature*.

Równanie sine-Gordona opisuje dynamikę różnicy fazy funkcji falowych par Coopera pomiędzy warstwami (elektrodami) nadprzewodzącymi dla płaskiego złącza Josephsona, w przybliżeniu stałej gęstości funkcji falowej. Z tego powodu stanowi punkt wyjścia do analizowania zakrzywionych złącz.

W rozdziale czwartym autor bardzo starannie wyprowadza równania ruchu na różnicę faz w przypadku zakrzywionego złącza Josephsona, gdzie nadprzewodzące elektrody przedzielone są zakrzywioną warstwą dielektryczną o grubości *a. Z*akrzywienie zadane jest przez krzywą centralną znajdującą się w środku warstwy. Dodatkowo, dla prostoty, przyjęte jest założenie, że pole magnetyczne posiada wyłącznie jedną składową - równoległą do warstwy dielektrycznej i zorientowane jest wzdłuż wektora binormalnego do krzywej centralnej. Efektywnie układ taki jest wciąż układem jednowymiarowym. Finalnym rezultatem tej części rozprawy jest równanie (4.97), będące zmodyfikowanym równanie sine-Gordon z zewnętrznym zaburzeniem spowodowanym zakrzywieniem złącza. Ściśle mówiąc zakrzywienie (krzywizna) modyfikuje wyłącznie wyraz z drugą pochodną przestrzenną i może być interpretowane jako efektywne pole tła (*impurity*) w którym propaguje się flukson. Wyniki te były otrzymane przez promotora w pracy [62].

Kolejny rozdział, piąty, prezentuje oryginalne wyniki pana Jarmolińskiego uzyskane wspólnie z promotorem i opublikowane w *Physics B* w 2017 roku. Testowane jest tutaj założenie, że pole magnetyczne ma tylko

jedną, konkretną składową. Pomimo tego, iż założenie to wydaje się wysoce restrykcyjne, pokazano, że jest ono implikowane przez warunki brzegowe i równania Maxwella. W efekcie dynamika fluksonu dalej jest zadana przez zmodyfikowane równanie sine-Gordon, co znacznie poszerza zakres stosowalności wyników otrzymanych w pracy [62].

W rozdziale szóstym Pan Jarmoliński zajmuje się innym założeniem, tj. przybliżeniem małej krzywizny złącza Josephsona. Założenie to wpływało na wyprowadzienie równania dynamiki fluksonu w dwójnasób: poprzez uproszczenie równań na pole magnetyczne w warstwie izolującej - r. (4.23) - oraz w warstwach nadprzewodzących - r. (4.53). Zamieszczony rachunek, bazujący na oryginalnej pracy dr hab. Dobrowolskiego [62] wykazuje, że stosowalność zmodyfikowanego równania sine-Gordon można przedłużyć na geometrie o dużej krzywiźnie, przy czym, krzywizna (poprzez funkcję F) modyfikuje tym razem nie tylko człon z drugą pochodną przestrzenną ale i, poprzez prędkość Swihart, deformuje człon z drugą pochodną czasową.

W następnym rozdziale prezentowane jest alternatywne wyprowadzenie równania na dynamikę fluksonu w zakrzywionym złączu, wykorzystujące uproszczone sformułowanie złącza Josephsona jako obwodu nadprzewodzącego z pojemnością - tzw. model CSJ. Otrzymane wyniki pokrywają się z rezultatami z rozdziału czwartego, co z jednej strony potwierdza wcześniejsze wyniki a z drugiej strony, dodatkowo pokazuje użyteczność przybliżonego modelu CSJ. Wyniki tego rozdziału zostały opublikowane przez Pana Aleksandra Jarmolińskiego wspólnie z promotorem w 2018 roku w *Results Phys.*

Rozdział ósmy, który również prezentuje wyniki z pracy promotora [62], skupia się na teorii rzeczywistego pola skalarnego, z potencjałem sine-Gordon, w zakrzywionej przestrzeni. Jest to naturalne ujęcie dla wcześniej analizowanego problemu dynamiki fluksonu w zakrzywionych złączach. Dla efektywnie jedno-wymiarowego problemu otrzymuje się w prosty sposób nowe zmodyfikowane równanie sine-Gordon, r. (8.16). Różni się ono istotnie od wcześniej znalezionego równania (4.97) - funkcja F zawierająca informację o krzywiźnie złącza znajduje się teraz pomiędzy pochodnymi przestrzennymi. Może to w nietrywialny sposób modyfikować dynamikę fluksonu w przypadku gdy krzywizna nie jest stała. Oczywiście oba równania są identyczne w przypadku stałej krzywizny. Pokazuje to również, iż wcześniejsze wyprowadzenia, choć nie zostało to w sposób jawny zauważone, zakładają stała krzywiznę złącza. Trzeba podkreślić, że to nowe równanie jest właściwym modelem opisującym dynamikę fluksonu w zakrzywionym złączu Jopsephsona. Zostało to potwierdzone w pracy dr hab. Dobrowolskiego [113].

Ta analiza w dużym stopniu ogranicza użyteczność wyników prezentowanych w poprzednich rozdziałach. Równanie (4.97) ma sens jedynie dla stałej lub wolno zmieniającej się krzywizny.

JAGIELLONIAN UNIVERSITY IN KRAKOW

Faculty of Physics, Astronomy and Applied Computer Science

ul. prof. Stanisława Łojasiewicza 11
PL 30-348 Kraków
tel. +48(12) 664-48-90
fax +48(12) 664-49-05
e-mail: wydzial.fais@uj.edu.pl

W następnym rozdziale Autor rozprawy analizuje otrzymany poprawiony zmodyfikowany model sine-Gordon (9.1), skupiając się na dynamice pojedynczego kinku tj. fluksonu. W ogólności (poza trywialnym przypadkiem stałej krzywizny) model ten łamie symetrię translacyjną, co prowadzi do pojawienia się oddziaływania pierwotnie swobodnego kinku z polem tła (impurity) reprezentowanym przez funkcję F. Powoduje to nie tylko deformację kształtu solitonu ale też istnienie tylko jednej (ewentualnie przeliczalnej ilości) pozycji równowagi, gdzie spoczywa kink. Oznacza to również brak modu zerowego. W swoich rachunkach, opublikowanych wspólnie z promotorem w 2017 roku w Phys. Rev. E, Pan Jarmoliński wyprowadza schemat perturbacyjny tj. rozważa rozwinięcie pola tła F w krzywiźnie. Stosowalność tego schematu jest oczywiście ograniczona do małych krzywizn.

Schemat ten jest następnie testowany dla szczególnego przypadku krzywizny zlokalizowanej w dwóch punktach, s=1 oraz s=2, i dążącej kwadratowo do stałej. Otrzymane wyniki zadowalająco odtwarzają pełną teorię.

W ostatniej części tego rozdziału bardzo pobieżnie badana jest dynamika fluksonu w zakrzywionym złączu w przypadku uwzględnienia dyssypacji i stałej siły wymuszającej.

Ostatni rozdział prezentujący oryginalne wynik skupia się na innej wersji zmodyfikowanego równania sine-Gordon. Tym razem modyfikacji podlega człon z druga pochodna czasowa i człon z potencjalem. W obu członach stale sprzężenia są zamienione na funkcje zależne od położenia. Jest to inna realizacji wprowadzenia niedynamicznego pola tła (impurity), która w tym przypadku ma interpretację złącza Josephsona ze zmienną grubością warstwy dielektrycznej. W analizowanych przypadkach obie funkcje dielektryczne nie są niezależne i wiążą się z funkcją Heaviside'a. Jak w poprzednim rozdziale, wprowadzenie przestrzenie zależnych stałych sprzężenia, łamie symetrie translacyjną, co skutkuje nieistnieniem modu zerowego. Zatem soliton na jedną, energetycznie wyróżnioną pozycję. Tym razem oddziaływanie kink-impurity wydaje się mieć bardziej nietrywialną strukturę. W dalszej części tego rozdziału Pan Jarmoliński bada zderzenie swobodnego kinku (rozwiązanie asymptotyczne dla kinku zlokalizowanego nieskończone daleko od deformacji) na tak zadanej impurity. W szczególności badana jest prędkość krytyczna oddzielająca reżim, w którym soliton jest odbijany od złącza od reżimu, gdzie kink na dość energii kinetycznej by przezwyciężyć odpychanie od impurity i tworzy z nią stan związany. Wszystkie wyniki bazują na pracy opublikowanej w 2020 roku. w Phys. Rev. E.

Rozdział jedenasty, zawierający podsumowanie wyników, zamyka rozprawę doktorską.

JAGIELLONIAN
UNIVERSITY
IN KRAKOW

Faculty
of Physics,
Astronomy
and Applied
Computer Science

Praca napisana jest w przejrzysty i zwięzły sposób. Prezentowane wyniki są dość ciekawe, choć bazują na pracach, które właściwie pozostają nie zauważone przez środowisko badaczy zajmujących się złączami Josephsona lub, ogólnie, solitonami topologicznymi. Np. baza Web of Science podaje tylko dwa cytowania nie będące autocytowaniami. Jest to dość zaskakujące. Dynamika kinków, a także ich oddziaływanie z polem tła czy z impurity, są bardzo intensywnie badane, również w ostatnich kilku latach. Zwraca również uwagę staranność warstwy edytorskiej pracy.

Moje umiarkowanie krytyczne uwagi są następujące:

1. Rozdziały 2-7 prezentują wyprowadzenia równania fluksonu w zakrzywionym złączu Josephsona, które finalnie w rozdziale 8 okazuje się być jedynie przybliżonym modelem, działającym jedynie przy założeniu stałej lub wolno zmiennej krzywizny. Poprawne równanie otrzymane jest w pracy [113]. Brak mi dyskusji, choćby jakościowej, pokazującej z jakiego powodu opisane wyprowadzenie nie jest tożsame z rachunkiem w [113]. Co powoduje, ze otrzymano tutaj jedynie przybliżony opis? Jakie są tego fizyczne powody (założone uproszczenia)? Jest to istotne bowiem rozdział 9, gdzie prezentowane są oryginalne wyniki Pana Jarmolińskiego, wykorzystuje poprawne równanie na ruch fluksonu - tj. równanie z pracy [113], a nie równie wyprowadzane w rozdziałach 2-7.

2. Zaproponowany schemat perturacyjny (rozdział 9) został przetestowany jedynie dla jednego przykładu pola tła (zakrzywienia złącza). Chciałoby się zrozumieć jakie geometrie (krzywizny złącza) daje zauważalne odstępstwa od przybliżenia drugiego rzędu.

3. Ciekawym zagadnieniem byłoby również przebadanie, jakie geometrie prowadzą do odpychających złącz, w przypadku których kink byłby zawsze odpychany od zlokalizowanej impurity.

4. Dynamika fluksonu w zakrzywionym złączu jest niestety potraktowana dość pobieżnie (rozdział 9). Niewiele wiadomo jak pojedynczy flukson rozprasza się na impurity. Oczywiście zależy to od tego czy statyczna siła kink-impurity jest przyciągającą czy też odpychającą. Dodatkowo, bardzo istotne tutaj mogą być mody wewnętrzne (mody normalne) wprowadzone przez impurity tj. przez zakrzywione złącze. Niezmiernie ciekawym problemem było by zrozumienie jak kształt złącza przekłada się na strukturę spektralną fluksonu. W ogólności można oczekiwać, że zakrzywione złącze wprowadzi mod normalny, co może skutkować pojawieniem się struktury fraktalnej w zderzeniu flukson-imputrity.

ul. prof. Stanisława
Łojasiewicza 11
PL 30-348 Kraków
tel. +48(12) 664-48-90
fax +48(12) 664-49-05
e-mail:
wydzial.fais@uj.edu.pl

5. Podobne uwagi dotyczą modelu (10.1), gdzie w zależności od postaci funkcji dielektrycznych, tj. zależnych od położenia stałych sprzężenia, można oczekiwać istnienia masywnych modów normalnych.

6. Innym szalenie ciekawym procesem byłoby zderzenie kink-antykink na impurity (na zakrzywionym złączu) lub rozproszenie breathera na impurity. W oby wypadkach, z powodu łamania całkowalności, można oczekiwać procesów kreacji lub rozpadu breathera. Bardzo ciekawe byłoby powiązanie tego z odpowiednią (najlepiej w jakiś fizyczny sposób kontrolowaną) geometrią złącza.

Pragnę jednak podkreślić, iż pomimo powyższych mankamentów moja ocena pracy jest jednoznacznie pozytywna. Praca spełnia wszystkie wymagania stawiane rozprawom doktorskim. Wnioskuję o dopuszczenie Pana Aleksandra Jarmolińskiego do dalszych etapów postępowania nadania stopnia naukowego doktora.

Podpisany elektronicznie przez
Andrzej Wereszczyński
13.09.2022
9:26:13 +02'00'

prof. dr hab. Andrzej Wereszczyński